

**Blocos Lógicos**

**Calculadores  
Multibásicos**

**Barras  
Cuisenaire**

## *Actividades com Blocos Lógicos*

### **1 - “Criação livre”**

#### Material:

- Cartão ou outro material semelhante;
- Lápis ou marcadores;
- Velcro (opcional);
- Peças do Bloco Lógico.

#### Desenvolvimento:

O primeiro passo é promover o reconhecimento do material. Com cartão ou outro material semelhante, prepare desenhos feitos a partir das formas dos blocos lógicos (uma casinha formada de um rectângulo e um triângulo, por exemplo). Em seguida, os alunos reproduzem a figura utilizando as peças. Para isso, vão observar e comparar as cores, os tamanhos e as formas que se encaixam. O trabalho em grupo enriquece a actividade, pois as crianças certamente vão discordar entre si. O diálogo contribuirá para o conhecimento físico de cada bloco. Depois de completar alguns desenhos, os próprios alunos criam novas figuras.

#### Alternativa:

Outra opção é apresentar um quadro às crianças para que classifiquem os blocos. O quadro deve ser preenchido conforme os atributos indicados pelo Educador/Professor ao lado de cada conjunto. O quadro pode ser colocado no chão ou ser pendurado na parede. Nesse caso, as peças são presas com velcro.

#### Faixa Etária:

A partir dos 3 anos.

## **2 - “A história do pirata”**

### Material:

- Peças do Bloco Lógico;

### Desenvolvimento:

Conte a seguinte história:

“Era uma vez um pirata que adorava tesouros. Havia no porão de seu navio um baú carregado de pedras preciosas. Nesse porão, ninguém entrava, apenas o pirata tinha a chave. Mas a sua felicidade durou pouco tempo. Numa das viagens, uma tempestade virou o seu barco e obrigou que todos os marinheiros se refugassem numa ilha. Furioso, o pirata ordenou que eles voltassem a nado para resgatar o tesouro. Mas, quando retornaram, os marujos disseram que o baú havia sumido. *«Um de vocês pegou»*, esbravejou o pirata desconfiado.”

Nesse momento, começa o jogo com as crianças. Peça que cada uma escolha um bloco lógico. Ao observar as peças sorteadas, escolha uma delas sem comunicar às crianças qual é. Ela será a chave para descobrir o "marujo" que está com o tesouro. Apresente então um quadro com três colunas. Supondo que a peça escolhida seja um triângulo pequeno, azul e grosso, diga: *«Quem pegou o tesouro tem a peça azul»*. Pedindo a ajuda das crianças, preencha os atributos no quadro. Em seguida, dê outra dica: *«Quem pegou o tesouro tem a forma triangular»*. Continue até chegar ao marinheiro que esconde o tesouro. A actividade estimula mais que a comparação visual. Também exercita a comparação entre o atributo, agora imaginado pela criança, e a peça que a criança tem na mão.

### Faixa Etária:

A partir dos 3 anos.

### **3 - “Surpresa”**

#### Material:

- Um saco de papel ou de pano;
- Algumas peças do Bloco Lógico.

#### Desenvolvimento:

Colocar todas as peças dentro do saco. Pedir que os alunos se sentem em círculo e vão passando o saco de pano de um para o outro, sem saltar ninguém. O Educador/Professor em determinado momento diz “stop” e o aluno que neste momento estiver segurando o saco, deve pegar uma das peças e explicar aos colegas os atributos (forma, cor, tamanho e espessura) da peça que pegou. Se ele esquecer algum atributo, os colegas poderão ajudá-lo.

#### Alternativa:

Em vez de se dizer “stop”, pode-se usar cartões coloridos com significados pré-estabelecidos. Por exemplo: cartão vermelho parar e pegar uma das peças, sentido de rotação.

#### Faixa Etária:

Dos 3 aos 6 anos.

### **4 - “Salta Poças”**

#### Material:

- Algumas peças de Blocos Lógicos.

#### Desenvolvimento:

Inventar uma história acerca de uma personagem que, para alcançar o seu objectivo, necessita de saltar sobre umas poças mágicas. Mas que ele descobriu uma maneira de conseguir pular todas sem escorregar. Para isto ele deveria dizer tudo o que soubesse sobre a poça. Em seguida Educador/Professor espalha algumas peças pelo chão e diz que serão as poças. Posteriormente, pede que um aluno de cada vez tente percorrer o caminho. Para saltar a poça, ele primeiro deverá dizer os atributos que ela tem. Quem conseguir saltar todas as peças vence o jogo.

#### Alternativa:

Pode-se, de acordo com o que foi trabalhado, pedir que digam apenas dois ou três atributos. Ex.: forma e cor, ou forma, cor e tamanho.

#### Faixa Etária:

Dos 3 aos 6 anos.

### **5 - “Cada qual em sua casa”**

#### Material:

- Cartão ou chão riscado com o diagrama A ou B.

#### Desenvolvimento:

Entregar uma peça para cada criança. Conta-se a história de um menino que foi trabalhar de treinador de cães. Só que na hora de levar os cães de volta às suas casas, fez a maior confusão, porque não respeitou as placas que indicavam quem morava naquela casa. O Educador/Professor diz que cada peça é um cão e que eles devem tentar colocar cada cachorro em sua casa.

#### Faixa Etária:

Dos 3 aos 6 anos.

### **6 - “Aprender a ser motorista”**

#### Material:

- Um jogo de 12 cartões para cada criança (para crianças com 3 ou 4 anos);
- Um jogo completo para cada criança (para crianças dos 5 aos 10 anos).

#### Desenvolvimento:

Explicar às crianças que são motoristas em aprendizagem, onde deverão primeiro conhecer os tipos de carro. Cada peça do jogo corresponde a um diferente tipo de carro. Assim, sempre que o Educador/Professor mostrar uma peça, eles devem levantar os cartões correspondentes.

#### Alternativa

Para os alunos mais velhos, o Educador/Professor deverá trabalhar todos os atributos, enquanto que para os mais novos, deverá, gradualmente, trabalhar um e, de seguida, outro (dois atributos no total).

#### Faixa Etária:

3 e 4 anos;

Dos 5 aos 10 anos.

## **7 - “Pedido mudo”**

### Material:

- Os mesmos cartões do exercício anterior.
- Um a dois jogos de Blocos Lógicos, de acordo com o número de crianças.

### Desenvolvimento:

Separar a turma em duas filas, sentando uma em frente à outra. No espaço entre as duas filas, espalhar os Blocos Lógicos. Distribuir os 12 cartões para as crianças. Uma criança levanta os cartões pedindo uma peça para o companheiro da frente. Se este pegar a carta certa e entregá-la a quem pediu, equivale um ponto para fila correspondente.

### Faixa Etária:

Dos 5 aos 10 anos.

## **8 - “O mestre chama”**

### Material:

Uma peça de “Blocos Lógicos” para cada participante.

### Desenvolvimento:

As crianças devem sentar-se em círculo. O Educador/Professor distribui uma peça para cada criança e fica no centro da roda a chamar por cada forma. Este exercício pode ser graduado: “Vêm para o centro os que tiverem quadrado. Vêm para o centro os que tiverem quadrado amarelos. Vêm para o centro os que tiverem quadrados amarelos grossos”. Os que errarem podem esperar sentados no centro, até o começo de uma nova rodada.

### Alternativa:

O Educador/Professor pode fazer a chamada através de cartões.

### Faixa Etária:

Dos 4 aos 10 anos (variando o número de atributos, conforme actividade descrita).

### **9 - “Quem é o diferente?”**

#### Material:

Um jogo de Blocos Lógicos.

#### Desenvolvimento:

O Educador/Professor escolhe peças que tenham atributos em comum e entre elas coloca uma que seja diferente. Exemplo: uma peça azul pequena entre outras azuis e grandes. O Educador/Professor afirma que uma destas peças é diferente. As crianças devem apontar a peça diferente. Quem descobrir primeiro vence.

#### Faixa Etária:

Dos 3 aos 6 anos.

### **10 - “Descobre a peça em falta”**

#### Material:

- Um cordel com as pontas unidas (formando um círculo);
- Um jogo de Blocos Lógicos.

#### Desenvolvimento:

O Educador/Professor estende o cordel em cima de uma mesa, como se traçasse com ele um diagrama. Dentro deste espaço, formar um conjunto com peças que tenham um, dois ou três atributos em comum. Deixar que as crianças observem o conjunto por alguns minutos. Em seguida, com o auxílio de uma venda, pedir que um dos alunos feche os olhos. Retirar uma das peças, para que, quando o aluno abra os olhos, aponte ou descreva a peça que falta.

#### Faixa Etária:

Dos 4 aos 10 anos (variando o número de atributos, conforme actividade descrita).

## **11 - “Jogo das diferenças”**

### Material:

- Cartão ou outro material semelhante;
- Peças do Bloco Lógico.

### Desenvolvimento:

Nesta actividade, as crianças trabalham sobre um quadro contendo três peças. O desafio consiste em escolher a quarta peça observando que, entre ela e sua vizinha, deverá haver o mesmo número de diferenças existente entre as outras duas peças do quadro. As peças devem ser colocadas pelo Educador/Professor de forma que, em primeiro lugar, haja apenas uma diferença. Depois duas, três e, por fim, quatro diferenças entre as peças. A intenção é que as crianças façam comparações cada vez mais simultâneas quando estiverem pensando na peça que se encaixe em todas as condições. A criança terá que ponderá-las para chegar à forma mais conveniente.

### Faixa Etária:

Dos 6 aos 10 anos (variando o número de atributos, conforme actividade descrita).

## **12 - “Seguir os «comandos»”**

### Material:

- Peças do Bloco Mágico.

### Desenvolvimento:

As crianças vão transformar uma peça em outra, seguindo uma sequência de «comandos» estabelecida pelo Educador/Professor. Esses «comandos» são indicados numa linha por setas combinadas com atributos. Por exemplo: numa sequência iniciada com os atributos círculo, azul e grosso, as crianças poderão escolher a peça correspondente. O comando seguinte é mudar para a cor vermelha. As crianças selecionam um círculo grosso e vermelho. Em seguida, devem mudar para a espessura fina. Então, um círculo vermelho e fino é selecionado e assim por diante. Depois é feito o processo inverso: são então apresentadas a uma nova sequência de «comandos», já com a última peça. Elas deverão reverter os comandos para chegar à peça de partida.

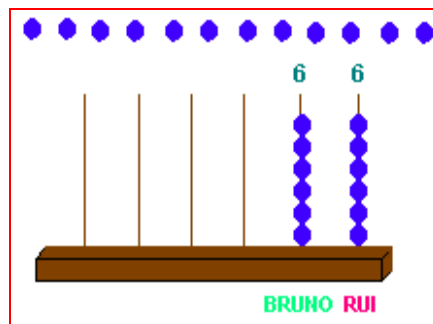
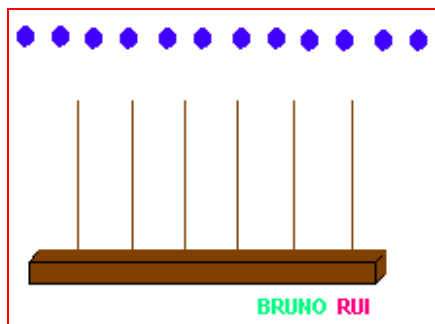
As actividades lúdicas significativas são essenciais para o entendimento das operações aritméticas, principalmente a soma como inverso da subtração e a multiplicação, como inverso da divisão. Desenvolvem o raciocínio lógico matemático e, também, contribui para que as crianças resolvam problemas e entendam demonstrações, actividades que exigem uma forma de raciocínio em etapas sequenciais.



## *Actividades com Calculadores Multibásicos*

### **Conhecimento do material**

**1** - Se o João decidisse distribuir os seus berlindes pelo Bruno e pelo Rui, de forma a que ambos ficassem com a mesma quantidade de berlindes, quantos cabiam a cada um?



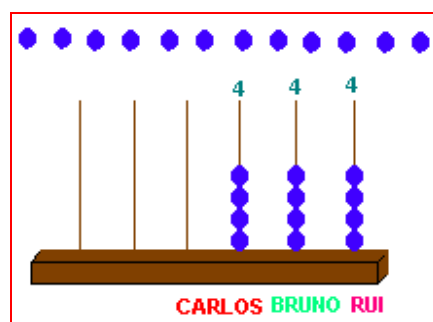
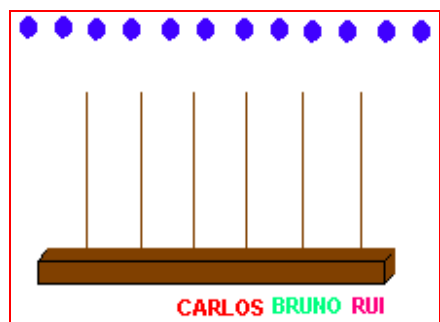
$$12 = 2 \times 6$$

12 = 2 grupos de 6

Resposta:

Cabiam a cada um seis berlindes.

**2** - Se entretanto o Carlos, também pretendesse tantos berlindes como os do Bruno e como os do Rui, como teria o João que os distribuir igualmente pelos três amigos?



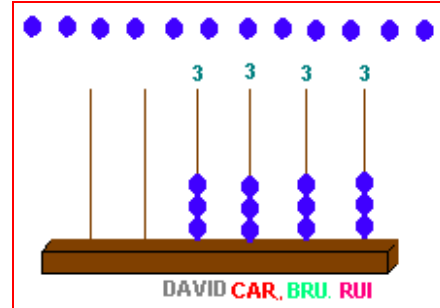
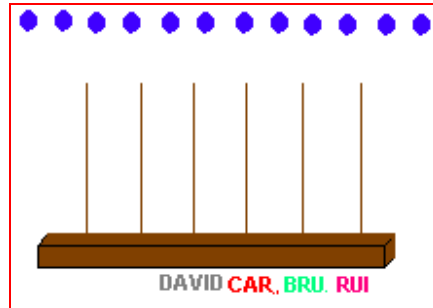
$$12 = 3 \times 4$$

12 = 3 grupos de 4

Resposta:

O João teria que formar três grupos de quatro berlindes.

3 - Se entretanto o Carlos disser que o seu irmão gémeo David, também deveria receber o mesmo número de berlindes que os restantes três amigos do João, como teria o João que os distribuir igualmente pelos quatro amigos?



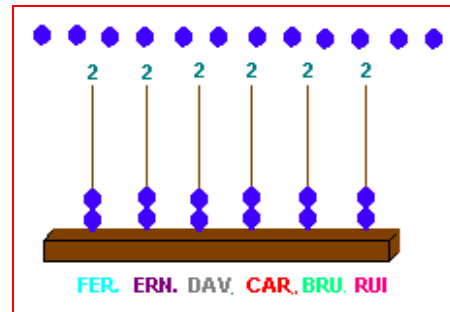
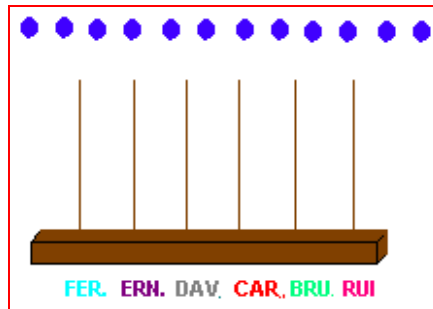
$$12 = 4 \times 3$$

12 = 4 grupos de 3

Resposta:

O João teria que formar quatro grupos de três berlindes.

4 - Assim sendo, o João decidiu que também não poderia esquecer-se do irmão do Rui, o Ernesto, nem do irmão do Bruno, o Fernando. Como distribuiu os seus berlindes igualmente por estes seis amigos?



$$12 = 6 \times 2$$

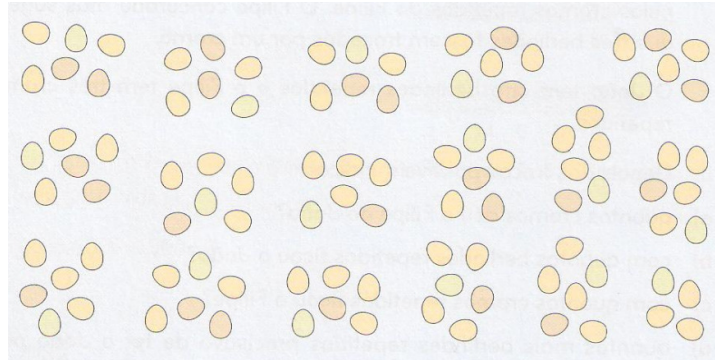
12 = 6 grupos de 2

Resposta:

O João teve que formar seis grupos de dois berlindes.

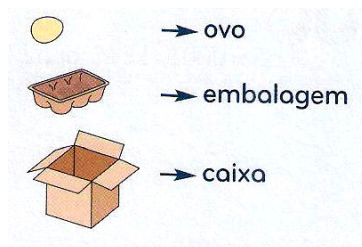
## Exercícios de aplicação

- 1- Um agricultor pretende arrumar 100 ovos, produzidos pelas suas galinhas, em embalagens de 6 ovos, cada uma, e em caixas com 6 embalagens.

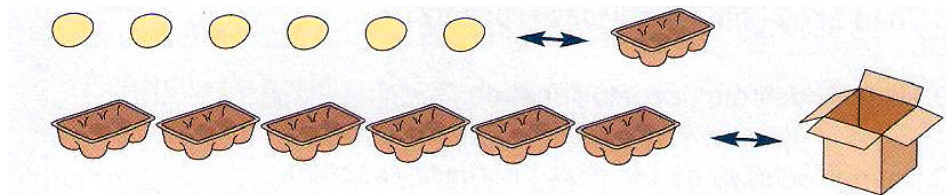


- a) Indicar o código e a regra de trocas.

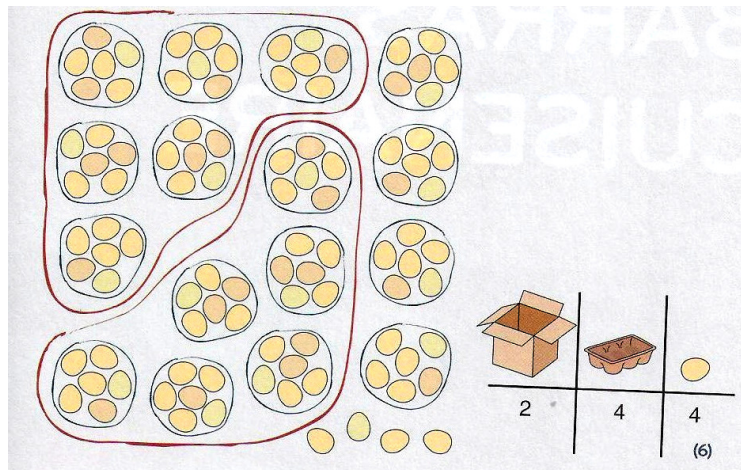
- Código:



- Regra de Trocas:



- b) Fazer as trocas e representar o resultado em grelha.



c) Como ficam arrumados os ovos?

R.: Os ovos ficam arrumados em 2 caixas, 4 embalagens e sobram 4 ovos.

d) Quantos ovos a mais são necessários para os arrumar todos em caixas?

R.: Para arrumar todos os ovos em caixas são necessários mais 8 ovos.

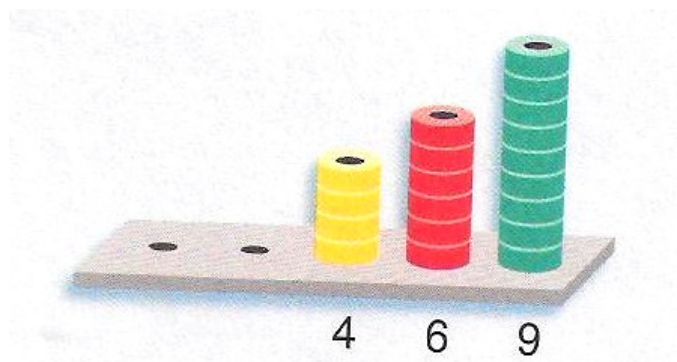
2- A florista Arco-íris, para organizar o casamento da Mariana, encomendou:

→ 4 caixas de 100 rosas cada;

→ 6 caixas de 10 antúrios cada;

→ 9 orquídeas.

Indicar o número total de flores encomendado pela florista, recorrendo ao Calculador Multibásico.



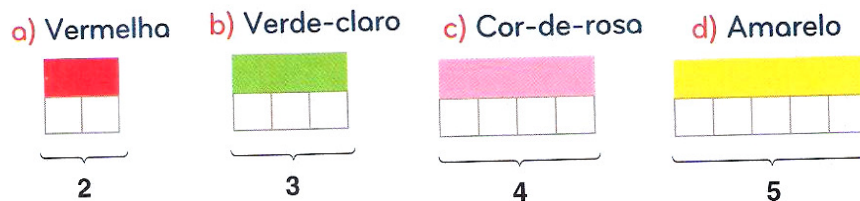
$$4 \times 100 + 6 \times 10 + 9 = 400 + 60 + 9 = 469$$

R.: A florista encomendou 469 flores.

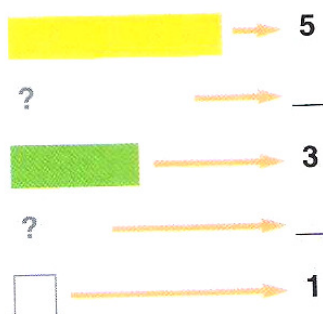
## Actividades com Barras Cuisenaire

### Comparação e Ordenação:

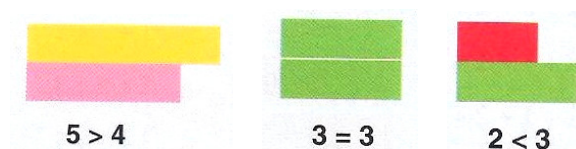
- 1- O Educador/Professor apresenta aos alunos uma barra de cor branca, que vale uma unidade. Os alunos serão convidados a procurar, por comparação, o valor das restantes barras.



- 2- Identificar os números e a cor das barras retiradas.



- 3- Comparar o valor das barras, utilizando os símbolos  $>$ ,  $<$  ou  $=$ .

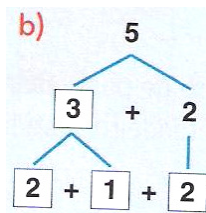


### Adição:

- 1- Com o recurso às Barras Cuisenaire, completar as lacunas.

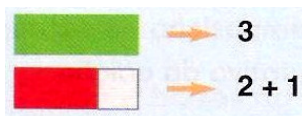
a)  $3 + \boxed{1} = 4$



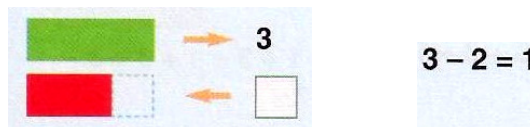


### Subtração:

- 1- A partir da decomposição do número 3, descobrir a subtração, no sentido de comparar.



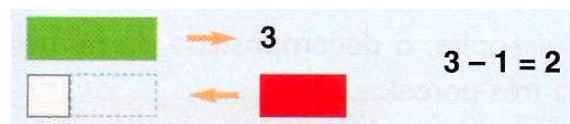
- a) Quanto é que a barra verde-claro (3) é maior do que a barra vermelha (2)?



$$3 - 2 = 1$$

R.: É 1 (barra branca).

- 2- Quanto é que a barra verde-claro (3) é maior que a barra branca (1)?



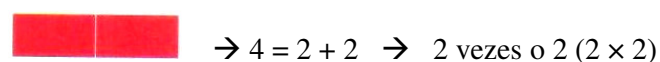
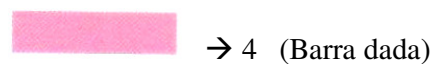
$$3 - 1 = 2$$

R.: É 2 (barra vermelha).

### Multiplicação:

Sendo a multiplicação uma adição de parcelas iguais, é importante reforçar a ideia de uma “consistente interiorização da adição”.

- 1- Procurar barras da mesma cor que, juntas, tenham o tamanho da barra dada.



→ 4 (Barra dada)

→  $4 = 2 + 2$  → 2 vezes o 2 ( $2 \times 2$ )



$$\rightarrow 4 = 1 + 1 + 1 + 1 \rightarrow 4 \text{ vezes o } 1 (4 \times 1)$$

2- Decompor o 12 e representar através de uma multiplicação.



### Divisão:

1- Recorrendo às Barras Cuisenaire, descobrir qual será a barra que cabe, exactamente, quatro vezes na barra castanha.

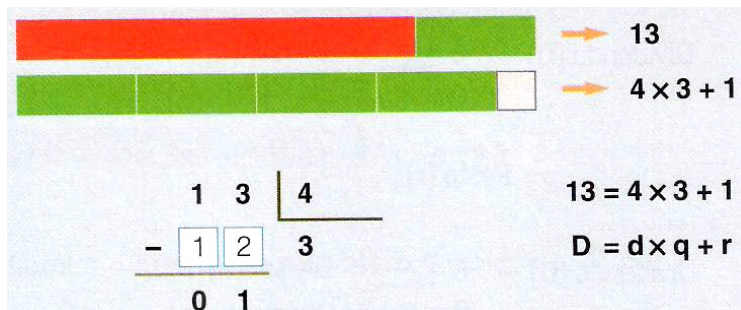


R.: A barra vermelha cabe, **exactamente**, quatro vezes na barra castanha ( $4 \times 2$ ).

Se dividirmos a barra castanha (8) em quatro partes iguais, obtemos quatro barra vermelhas.

Logo  $8 : 4 = 2$ .

2 - Indicar o resto da divisão de 13 por 4, a partir das Barras Cuisenaire.



R.: O resto da divisão 13 por 4 é 1.



# Curiosidades Numéricas

**capicuas**

**Números primos**

**Números amigos**

**Números perfectos**

**Números triangulares**

**Ternos Pitagóricos**



## Capicuas

Capicuas com um algarismo, temos o 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ou seja todos os números de um algarismo.

Capicuas com dois algarismos, temos 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99.

Capicuas com três algarismos temos:

101 202 303 404 505 606 707 808 909  
111 212 313 414 515 616 717 818 919  
121 222 323 424 525 626 727 828 929  
131 232 333 434 535 636 737 838 939  
141 242 343 444 545 646 747 848 949  
151 252 353 454 555 656 757 858 959  
161 262 363 464 565 666 767 868 969  
171 272 373 474 575 676 777 878 979  
181 282 383 484 585 686 787 888 989  
191 292 393 494 595 696 797 898 999

### Curiosidades

No milénio passado ocorreu às 11h11 de 11 de Novembro do ano 1111, formando a data (11h11 11/11/1111). Esse fenómeno só voltará a acontecer às 21h12 de 21 de Dezembro de 2112 (21h12 21/12/2112).

As capicuas com letras também são muito interessantes, por exemplo, METEM; REGER; AMOR A ROMA; ASSIM A AIA IA À MISSA; ANOTARAM A MARATONA, entre outros.

### Quadrados mágicos com capicuas

161	111	181	6006	1001	8008
171	151	131	7007	5005	3003
121	191	141	2002	9009	4004

## *Números Amigos*

A regra de Euler para os números amigos, segundo Yang e Hellman, era:

Se  $n$  for um número positivo,  $0 < K < n$ , tal que  $g = 2^{n-k} + 1$ .

Se  $p = 2^k g - 1$ ;  $q = 2^n g - 1$ ;  $s = 2^{n+k} g^2 - 1$ , forem todos primos então  $(M, N) = (2^n pq, 2^n s)$  é um par de números amigos.

71	287	1151	4607
284	220	17296	18416
9363584	9437056	1184	1210
14264	14536	12496	15472

## *Números Primos*

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97,  
101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181,  
191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277,  
281, 283, 293, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383,  
389, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487,  
491, 499, 503, 509, 521, 523, 541, 547, 557, 563, 569, 571, 577, 587, 593, 599, 601,  
607, 613, 617, 619, 631, 641, 643, 647, 653, 659, 661, 673, 677, 683, 691, 701, 709,  
719, 727, 733, 739, 743, 751, 757, 761, 769, 773, 787, 797, 809, 811, 821, 823, 827,  
829, 839, 853, 857, 859, 863, 877, 881, 883, 887, 907, 911, 919, 929, 937, 941, 947,  
953, 967, 971, 977, 983, 991, 997

## *Números Perfeitos*

No livro “Elementos” de Euclides prova que se  $2^n - 1$  é um número primo, então  $2^{n-1} \times (2^n - 1)$  é um número perfeito sendo estes números pares. Euler provou que todos os números perfeitos pares têm essa fórmula.

A partir desta fórmula é possível descobrir os primeiros 39 números perfeitos.

$$n = 2, \quad 2^{2-1} \times (2^2 - 1)$$

$$n = 3, \quad 2^{3-1} \times (2^3 - 1)$$

$$n = 5, \quad 2^{5-1} \times (2^5 - 1)$$

$$n = 7, \quad 2^{7-1} \times (2^7 - 1)$$

$$n = 13, \quad 2^{13-1} \times (2^{13} - 1)$$

$$n = 17, \quad 2^{17-1} \times (2^{17} - 1)$$

$$n = 19, \quad 2^{19-1} \times (2^{19} - 1)$$

$$n = 31, \quad 2^{31-1} \times (2^{31} - 1)$$

$$n = 61, \quad 2^{61-1} \times (2^{61} - 1)$$

$$n = 89, \quad 2^{89-1} \times (2^{89} - 1)$$

$$n = 107, \quad 2^{107-1} \times (2^{107} - 1)$$

$$n = 127, \quad 2^{127-1} \times (2^{127} - 1)$$

$$n = 521, \quad 2^{521-1} \times (2^{521} - 1)$$

$$n = 607, \quad 2^{607-1} \times (2^{607} - 1)$$

$$n = 1279, \quad 2^{1279-1} \times (2^{1279} - 1)$$

$$n = 2203, \quad 2^{2203-1} \times (2^{2203} - 1)$$

$$n = 2281, \quad 2^{2281-1} \times (2^{2281} - 1)$$

$$n = 3217, \quad 2^{3217-1} \times (2^{3217} - 1)$$

$$n = 4253, \quad 2^{4253-1} \times (2^{4253} - 1)$$

$$n = 4423, \quad 2^{4423-1} \times (2^{4423} - 1)$$

$$n = 9689, \quad 2^{9689-1} \times (2^{9689} - 1)$$

$$n = 9941, \quad 2^{9941-1} \times (2^{9941} - 1)$$

$$\begin{aligned}
n = 11213, & \quad 2^{11213-1} \times (2^{11213} - 1) \\
n = 19937, & \quad 2^{19937-1} \times (2^{19937} - 1) \\
n = 21701, & \quad 2^{21701-1} \times (2^{21701} - 1) \\
n = 23209, & \quad 2^{23209-1} \times (2^{23209} - 1) \\
n = 44497, & \quad 2^{44497-1} \times (2^{44497} - 1) \\
n = 86243, & \quad 2^{86243-1} \times (2^{86243} - 1) \\
n = 110503, & \quad 2^{110503-1} \times (2^{110503} - 1) \\
n = 132049, & \quad 2^{132049-1} \times (2^{132049} - 1) \\
n = 216091, & \quad 2^{216091-1} \times (2^{216091} - 1) \\
n = 756839, & \quad 2^{756839-1} \times (2^{756839} - 1) \\
n = 859433, & \quad 2^{859433-1} \times (2^{859433} - 1) \\
n = 1257787, & \quad 2^{1257787-1} \times (2^{1257787} - 1) \\
n = 1398269, & \quad 2^{1398269-1} \times (2^{1398269} - 1) \\
n = 2976221, & \quad 2^{2976221-1} \times (2^{2976221} - 1) \\
n = 3021377, & \quad 2^{3021377-1} \times (2^{3021377} - 1) \\
n = 6972593, & \quad 2^{6972593-1} \times (2^{6972593} - 1) \\
n = 13466917, & \quad 2^{13466917-1} \times (2^{13466917} - 1) \\
n = 20996011, & \quad 2^{20996011-1} \times (2^{20996011} - 1) \\
n = 24036583, & \quad 2^{24036583-1} \times (2^{24036583} - 1) \\
n = 25964951, & \quad 2^{25964951-1} \times (2^{25964951} - 1) \\
n = 30402457, & \quad 2^{30402457-1} \times (2^{30402457} - 1) \\
n = 32582657, & \quad 2^{32582657-1} \times (2^{32582657} - 1)
\end{aligned}$$

# *Números Triangulares*

Fórmula para encontrar números triangulares:  $T_n = \frac{n(n+1)}{2}$

Para  $n=1$ ,  $T_n=1$

Para  $n=2$ ,  $T_n=3$

Para  $n=3$ ,  $T_n=6$

Para  $n=4$ ,  $T_n=10$

Para  $n=5$ ,  $T_n=15$

Para  $n=6$ ,  $T_n=21$

Para  $n=7$ ,  $T_n=28$

Para  $n=8$ ,  $T_n=36$

Para  $n=9$ ,  $T_n=45$

Para  $n=10$ ,  $T_n=55$

Para  $n=11$ ,  $T_n=66$

Para  $n=12$ ,  $T_n=78$

Para  $n=13$ ,  $T_n=91$

Para  $n=14$ ,  $T_n=105$

Para  $n=15$ ,  $T_n=120$

Para  $n=16$ ,  $T_n=136$

Para  $n=17$ ,  $T_n=153$

Para  $n=18$ ,  $T_n=171$

Para  $n=19$ ,  $T_n=190$

Para  $n=20$ ,  $T_n=210$

Para  $n=21$ ,  $T_n=231$

Para  $n=22$ ,  $T_n=253$

Para  $n=23$ ,  $T_n=276$

Para  $n=24$ ,  $T_n=300$

Para  $n=25$ ,  $T_n=325$

Para  $n=26$ ,  $T_n=351$

Para  $n=27$ ,  $T_n=378$

Para  $n=28$ ,  $T_n=406$

Para  $n=29$ ,  $T_n=435$

Para  $n=30$ ,  $T_n=465$

Para  $n=31$ ,  $T_n=496$

Para  $n=32$ ,  $T_n=528$

Para  $n=33$ ,  $T_n=561$

Para  $n=34$ ,  $T_n=595$

Para  $n=35$ ,  $T_n=630$

Para  $n=36$ ,  $T_n=666$

Para  $n=37$ ,  $T_n=703$

Para  $n=38$ ,  $T_n=741$

Para  $n=39$ ,  $T_n=780$

Para  $n=40$ ,  $T_n=820$

## *Ternos Pitagóricos*

✓ , 4, 5	✓ 51, 140, 149
✓ 5, 12, 13	✓ 85, 132, 157
✓ 8, 15, 17	✓ 119, 120, 169
✓ 7, 24, 25	✓ 52, 165, 173
✓ 20, 21, 29	✓ 19, 180, 181
✓ 12, 35, 37	✓ 57, 176, 185
✓ 9, 40, 41	✓ 104, 153, 185
✓ 28, 45, 53	✓ 95, 168, 193
✓ 11, 60, 61	✓ 28, 195, 197
✓ 16, 63, 65	✓ 84, 187, 205
✓ 33, 56, 65	✓ 133, 156, 205
✓ 48, 55, 73	✓ 21, 220, 221
✓ 13, 84, 85	✓ 140, 171, 221
✓ 36, 77, 85	✓ 60, 221, 229
✓ 39, 80, 89	✓ 105, 208, 233
✓ 65, 72, 97	✓ 120, 209, 241
✓ 20, 99, 101	✓ 32, 255, 257
✓ 60, 91, 109	✓ 23, 264, 265
✓ 15, 112, 113	✓ 96, 247, 265
✓ 44, 117, 125	✓ 69, 260, 269
✓ 88, 105, 137	✓ 115, 252, 277
✓ 17, 144, 145	✓ 160, 231, 281
✓ 24, 143, 145	✓ 161, 240, 289



✓ 68, 285, 293	✓ 280, 351, 449
✓ 136, 273, 305	✓ 168, 425, 457
✓ 207, 224, 305	✓ 261, 380, 461
✓ 25, 312, 313	✓ 31, 480, 481
✓ 75, 308, 317	✓ 319, 360, 481
✓ 36, 323, 325	✓ 44, 483, 485
✓ 204, 253, 325	✓ 93, 476, 485
✓ 175, 288, 337	✓ 132, 475, 493
✓ 180, 299, 349	✓ 155, 468, 493
✓ 225, 272, 353	✓ 217, 456, 505
✓ 27, 364, 365	✓ 336, 377, 505
✓ 76, 357, 365	✓ 220, 459, 509
✓ 252, 275, 373	✓ 279, 440, 521
✓ 135, 352, 377	✓ 92, 525, 533
✓ 152, 345, 377	✓ 308, 435, 533
✓ 189, 340, 389	✓ 341, 420, 541
✓ 228, 325, 397	✓ 33, 544, 545
✓ 40, 399, 401	✓ 184, 513, 545
✓ 120, 391, 409	✓ 165, 532, 557
✓ 29, 420, 421	✓ 276, 493, 565
✓ 87, 416, 425	✓ 396, 403, 565
✓ 297, 304, 425	✓ 231, 520, 569
✓ 145, 408, 433	✓ 48, 575, 577
✓ 84, 437, 445	✓ 368, 465, 593
✓ 203, 396, 445	✓ 240, 551, 601

- |                 |                   |
|-----------------|-------------------|
| ✓ 35, 612, 613  | ✓ 195, 748, 773   |
| ✓ 105, 608, 617 | ✓ 273, 736, 785   |
| ✓ 336, 527, 625 | ✓ 432, 665, 793   |
| ✓ 100, 621, 629 | ✓ 555, 572, 797   |
| ✓ 429, 460, 629 | ✓ 429, 700, 821   |
| ✓ 200, 609, 641 | ✓ 540, 629, 829   |
| ✓ 315, 572, 653 | ✓ 41, 840, 841    |
| ✓ 300, 589, 661 | ✓ 123, 836, 845   |
| ✓ 385, 552, 673 | ✓ 205, 828, 853   |
| ✓ 52, 675, 677  | ✓ 287, 816, 865   |
| ✓ 37, 684, 685  | ✓ 369, 800, 881   |
| ✓ 156, 667, 685 | ✓ 451, 780, 901   |
| ✓ 111, 680, 689 | ✓ 43, 924, 925    |
| ✓ 400, 561, 689 | ✓ 533, 756, 925   |
| ✓ 185, 672, 697 | ✓ 129, 920, 929   |
| ✓ 455, 528, 697 | ✓ 215, 912, 937   |
| ✓ 260, 651, 701 | ✓ 301, 900, 949   |
| ✓ 259, 660, 709 | ✓ 387, 884, 965   |
| ✓ 333, 644, 725 | ✓ 473, 864, 985   |
| ✓ 364, 627, 725 | ✓ 45, 1012, 1013  |
| ✓ 108, 725, 733 | ✓ 315, 988, 1037  |
| ✓ 216, 713, 745 | ✓ 47, 1104, 1105  |
| ✓ 407, 624, 745 | ✓ 141, 1100, 1109 |
| ✓ 468, 595, 757 | ✓ 235, 1092, 1117 |
| ✓ 39, 760, 761  |                   |

# **Truques com números**

1) **Resultado cinco**

**Efeito:** Pedir a alguém que escreva um número menor que dez. Depois de várias operações o resultado será sempre cinco.

**Material:** Papel e lápis.

**Execução:** Pedir a alguém que escreva um número inferior a dez sem deixar que ninguém veja. Pede-se que multiplique esse número por 2 e some dez; que divida o número resultante por dois e subtraia do resultado desta divisão o número que tinha pensado no começo.

Independentemente do número escolhido, o resultado será sempre cinco.

**Exemplo:**

O espectador pensa no número sete.

$$7 \times 2 = 14 \quad 14 + 10 = 24$$

$$24 : 2 = 12 \quad 12 - 7(\text{número pensado}) = 5.$$

2) *Adivinhar a Idade*

**Efeito:** Adivinhar a idade de um elemento do público.

**Material:** Papel e lápis ou calculadora, um elemento do público.

**Execução:** Pedir à pessoa que multiplique a sua idade por 3 e some 6. O número resultante deve ser dividido por 3. Quando te disser o resultado, subtrai dois e saberás a sua idade.

**Exemplo:** A pessoa tem 31 anos (tu não sabes).

$31 \times 3 = 93$   $93 + 6 = 99$   $99 : 3 = 33$  (este é o número que te dirá)  $33 - 2 = 31$

### 3) Adivinhar a data de nascimento

**Efeito:** Com alguns cálculos rápidos e a ajuda de um espectador, adivinhas o dia e o mês do seu nascimento.

**Material:** Lápis e papel ou calculadora e um elemento do público.

**Execução:** Primeiramente pede que multiplique (com que a pessoa não ouça ou veja os cálculos) o dia do seu aniversário por dois e some 5. Depois pede que multiplique o resultado por 50, some o mês em que nasceu e diga o resultado. Resta pensar um pouco e adivinhar. É fácil: subtrai 250 do número final obtido e terás o dia e o mês do seu nascimento.

**Exemplo:**

O dia do aniversário é 24.

Então:  $24 \times 2 = 48 + 5 = 53 \times 50 = 2650$ . Suponhamos que a pessoa nasceu em Outubro (10).

$2650 + 10 = 2660$ . Este será o resultado que dirão. Dele subtrai 250.

$2660 - 250 = 2410$

Nasceu, portanto no dia 24 de Outubro (10).

Naturalmente, não sabemos a data de nascimento até o momento em que a pessoa efectua todas as operações e diz o resultado final.

#### 4) Três números de um calendário

**Efeito:** adivinhar rapidamente três números secretos, seleccionados num calendário.

**Material:** Lápis e papel ou calculadora, um calendário e um elemento do público.

**Execução:** pedir a uma pessoa que escolha três números seguidos, em linha ou em coluna, de um hipotético mês, de um hipotético calendário.

D	S	T	Q	Q	S	S
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

De seguida pedir que adicione os números seleccionados e que revele a soma obtida, bem como se os números fazem parte de uma mesma semana ou se fazem parte de semanas consecutivas.

Depois de saber a soma obtida e se os três números consecutivos seleccionados fazem ou não parte de uma mesma semana, dividimos essa soma por três para descobrir o valor médio que coincide com o valor central.

Se os números escolhidos pertencerem à mesma semana, depois de descoberto o valor central, resta identificar o seu antecessor e o seu sucessor.

Se os números escolhidos pertencerem a semanas consecutivas, depois de descoberto o valor central, resta adicionar sete unidades e subtrair sete unidades para descobrir o valor acima deste valor central e o valor abaixo dele.

#### **Exemplo:**

Se a soma for 54 e os números pertencerem a semanas consecutivas;

$$54:3=18$$

Como são números seleccionados de semanas consecutivas, então:

$$18+7=25 \text{ e } 18-7=11$$

Logo, os números seleccionados foram: 11, 18 e 25.

Se a soma for 66 e os números pertencerem à mesma semana;

$$66:3=22$$

Como são números seleccionados da mesma semana, então:

$$22-1=21 \text{ e } 22+1=23$$

Logo, os números seleccionados foram: 21, 22 e 23.

5) **Dados numéricos**

**Efeito:** descobrir três números provenientes do lançamento de três dados.

**Material:** Lápis e papel ou calculadora, três dados e um elemento do público.

**Execução:** pedir para lançar três dados (um de cada vez);

Multiplicar o número do primeiro dado por 2;

$$2a$$

Adicionar o valor cinco ao produto obtido;

$$2a + 5$$

Multiplicar este novo valor por cinco;

$$5 \times (2a + 5)$$

Ao valor obtido adicionar o número que saiu no segundo dado;

$$5 \times (2a + 5) + b$$

Multiplicar o valor que tem por dez;

$$10 \times [5 \times (2a + 5) + b]$$

Adicionar o valor que saiu no terceiro dado;

$$10 \times [5 \times (2a + 5) + b] + c$$

Subtrair o valor três ao valor final e revelar o resultado.

$$10 \times [5 \times (2a + 5) + b] + c - 3$$

Subtraindo o valor 247 ao valor revelado, obtêm-se na ordem das centenas o valor saído no primeiro dado, na ordem das dezenas surge o número do segundo dado e, na ordem das unidades aparece o número do terceiro dado.

**Exemplo:** se no primeiro dado sair o dois, no segundo dado sair o quatro e no terceiro dado sair o seis, então:

$$2 \times 2 = 4$$

$$4 + 5 = 9$$

$$5 \times 9 = 45$$

$$45 + 4 = 49$$

$$49 \times 10 = 490$$

$$490 + 6 = 496$$

$$496 - 3 = 493$$

$$493 - 247 = 246$$

Logo, no primeiro dado saiu o número dois, no segundo dado saiu o número quatro e no terceiro dado saiu o número seis.



6) Número de controle de bilhetes de identidade

**Efeito:** descobrir o número de controle dos bilhetes de identidade.

**Material:** Lápis e papel ou calculadora, um bilhete de identidade e um elemento do público.

**Execução:** a descoberta do número de controle de um qualquer bilhete de identidade está associada ao conceito de múltiplo de 11.

De facto, multiplicando o algarismo das unidades do número de bilhete de identidade por 2, o das dezenas por 3 e assim sucessivamente, a soma dos produtos obtida, ao ser dividida pelo 11 significa que há que se acrescentar ao resto o valor que falta para atingir o valor 11. Deste modo, o número do bilhete de identidade torna-se num múltiplo do 11. No caso de a divisão por 11 originar resto zero, significa que o número do bilhete de identidade é múltiplo de 11, pelo que o valor de controle será o zero. O mesmo se passa no caso de o resto ser um, isto é, o número de controle também é zero.

**Exemplo:** número de bilhete de identidade 7635521

$$1 \times 2 = 2 \quad 2 \times 3 = 6 \quad 5 \times 4 = 20 \quad 5 \times 5 = 25 \quad 3 \times 6 = 18 \quad 6 \times 7 = 42 \quad 7 \times 8 = 56$$

$$2 + 6 + 20 + 25 + 18 + 42 + 56 = 169;$$

169:11 dá resto 4. Logo o número de controle é o 7, pois é a diferença entre 11 e 4.  
O número do bilhete de identidade é 76355217.

7) *Sequência de cinco números consecutivos*

**Efeito:** descobrir cinco números consecutivos, envolvidos numa sequência numérica.

**Material:** Lápis e papel ou calculador.

**Execução:** pedir para seleccionar um conjunto de cinco números consecutivos;

Escolher um número fixo, de um a nove, para multiplicar cada um desses cinco números;

Adicionar os produtos obtidos;

Revelar a soma final e o número pelo qual foram multiplicados os cinco números seleccionados.

Esta tarefa envolve o conceito de mediana e utiliza o conceito de divisão como operação inversa da multiplicação. Para cada caso, a sequência de cinco números consecutivos ( $a$ ,  $a+1$ ,  $a+2$ ,  $a+3$ ,  $a+4$ ), ao ser multiplicada por um valor fixo, de um a nove, « $z$ », obtém o seguinte resultado:  $(5a+10) \times z$ .

Para descobrir a sequência dos valores seleccionados temos que começar por dividir a soma final obtida pelo valor com que foi multiplicado cada um desses números. Através desta divisão fica descoberta a soma dos cinco números seleccionados:  $5a+10$ . Como se trata de cinco números consecutivos (número ímpar), o seu valor médio coincide com o número que fica situado no centro da sequência, isto é, a mediana. Assim, para obtermos esse valor, basta dividir a soma dos cinco números por 5, que origina em termos algébricos um número que é maior, em duas unidades, que o menor dos cinco valores da sequência, isto é:  $a+2$ .

Descoberto esse valor, facilmente se descobre os outros quatro, pois à sua esquerda teremos o  $a+1$  e o  $a$  e à sua direita teremos o  $a+3$  e o  $a+4$ .

**Exemplo:** soma 90 e o número escolhido para a multiplicação 2.

$$90:2=45$$

$$45:5=9$$

Logo os números escolhidos foram o 7, 8, 9, 10, 11

8) *Números relacionados com os múltiplos de 9*

**Efeito:** descobrir um número eliminado num resultado de uma operação aritmética.

**Material:** Lápis e papel ou calculador.

**Execução:** pedir para escrever um número formado por quatro algarismos;

Subtrair a soma dos seus dígitos;

Eliminar um valor do resultado encontrado e divulgar apenas os restantes valores desse resultado.

Esta tarefa envolve o conceito de múltiplo de nove, pois se ao número formado por quatro algarismos ( $100a+100b+10c+d$ ) for subtraído a soma dos seus dígitos ( $a+b+c+d$ ), resulta:  $999a+99b+9c$  que não é mais do que um número formado por quatro dígitos, cuja soma é um múltiplo de nove.

Assim, para se descobrir o dígito eliminado do resultado, basta adicionar os outros três dígitos desse resultado e procurar o número que falta para se obter um número de quatro dígitos que seja múltiplo de nove.

**Exemplo:** números revelados 2, 4 e 8

$$2+4+8=14$$

O múltiplo de nove mais próximo é o 18

$$18-14=4$$

Logo o dígito eliminado foi o 4.

9) *Somas mágicas*

**Efeito:** descobrir rapidamente uma determinada soma.

**Material:** Lápis e papel ou calculador.

**Execução:** pedir para escrever um número formado por três algarismos, se possível, diferentes entre si e relevar;

Escrever outro número de três algarismos por baixo deste e revelar;

Escrever uma vez mais, um novo número de três algarismos por baixo dos dois números anteriores e revelar.

Escrever na calculadora o valor revelado, adicionando duas mil menos duas unidades. O segredo do matemático desta tarefa é propor duas parcelas que complementem as duas que foram ditas após o valor inicial de modo a que se obtenha para cada par de parcelas a soma mil menos uma unidade, ou seja, 999.

10) O mágico número 142857

**Efeito:** descobrir rapidamente o número, de 1 a 6, pelo qual foi multiplicado o número 142857.

**Material:** Lápis e papel ou calculador.

**Execução:** pedir para escolher um número natural secreto até ao seis, para ser multiplicado pelo número cento e quarenta e dois mil, oitocentos e cinquenta e sete;  
Revelar o dígito da direita do valor obtido.

O número 142857 tem a particularidade de, ao ser multiplicado pelos números naturais até ao seis, inclusive, originar produtos compostos sempre por aqueles seis dígitos.

$$142857 \times 1 = 142857 \quad 142857 \times 2 = 285714$$

$$142857 \times 3 = 428571 \quad 142857 \times 4 = 571428$$

$$142857 \times 5 = 714285 \quad 142857 \times 6 = 857142$$

Sendo assim, é fácil descobrir o produto obtido, sabendo apenas o dígito representante da ordem das unidades desse produto, porque o padrão numérico aparece sempre, ainda que tendo os dígitos em ordens ou em valores de posição diferentes.

**Exemplo:** números escolhidos 1, 5 e 8

Números obtidos:

428571

714285

571428